3 – تكاليف كلية مرتبطة بالتكاليف المتغيرة غير المتناسبة التي تنمو بمعدل اقل من معدل نمو الانتاج .

TC3 = FC – by2 + ay ……………… 3

حيث ان :

TC3 : تكاليف كلية مرتبطة بالتكاليف المتغيرة التي تنمو بمعدل اقل من معدل نمو الانتاج .

-b : معامل ( نسبة ) نمو التكاليف المتغيرة غير المتناسبة التي تنمو بمعدل اقل من معدل نمو الانتاج .

ويمكن توضيح المعادلات الثلاثة السابقة (1،2،3) باستخدام الرسوم البيانية ، وكما يأتي :

شكل (1) يجسد المعادلة

رقم (1) TC1 = FC + ay

 FC

شكل (2) يجسد المعادلة

رقم (2) TC2 = FC + by2 + ay

 التكاليف

شكل (3) يجسد المعادلة

رقم (3) TC3 = FC – by2 + ay

 FC

حجم الانتاج

ويمكن استخراج متوسط التكاليف لكل معادلة من المعادلات (1) و (2) و (3) السابقة وكما يأتي :

$ATC1= \frac{TC1}{y} = \frac{FC+ay}{y} $

$$ ATC1= \frac{FC}{y}+ \frac{ay}{y}$$

 $ ATC1= \frac{FC}{y}+a………1$

$ ATC2= \frac{TC2}{y}= \frac{FC+by2+ay }{y}$

$ ATC2 = \frac{FC}{y}+ \frac{by2}{y}+ \frac{ay}{y}$

$$ ATC2 = \frac{FC}{y}+by+a……………2$$

$ATC3 = \frac{TC3}{y}= \frac{FC-by ^{2}+ay}{y}$

$ ATC3 = \frac{FC}{y}- \frac{by2}{y}+ \frac{ay}{y}$

$ATC3 = \frac{FC}{y}-by+a$

وبإيجاد معادلات الايراد الكلي (TR) يمكن ايجاد معادلة الارباح ، وبالتالي الوصول الى الحجم الامثل للإنتاج من خلال اشتقاق معادلة الارباح ، وكما يأتي :-

الايراد الكلي = حجم الانتاج X السعر

TR = P . Y

**الايراد الكليTR :**

**السعرP :**

**حجم الانتاج Y :**

الارباح = الايراد الكلي – التكاليف الكلية

 = TR – TC

 **الارباح :**

**ايراد كليTR :**

**تكاليف كليةTC :**

**نشتق المشتقة الاولى لمعادلة الربح .**

$$\frac{d π }{dy }=0 ……………. 1 $$

وعندما تكون المشتقة الاولى مساوية للصفر هذا يعني ان الربح قد وصل الى اعظم حد ممكن max .

وللتأكد من ذلك نقوم بإيجاد المشتقة الثانية لمعادلة الربح والتي يجب ان تكون اصغر من الصفر كشرط رياضي .

$$\frac{d2 π }{d2y} < o $$

**مثال (1) :** مشروع صناعي يتخصص في انتاج سلعة معينة ، وكانت المعلومات المتوفرة بخصوص اسعار البيع وكلف الانتاج ، وكما يأتي :-

**معادلة السعر P = 500 – 0.05y**

**معادلة التكاليف TC = 200000 + 50y**

المطلوب :-

تحديد الحجم الامثل للمشروع .

الجواب : - نكتب اولاً معادلة الايراد الكلي .

TR = p . y

 = ( 500 – 0.05y ) \* y

TR = 500y – 0.05y2

 نكتب ثانيا معادلة الربح = TR – TC

بفتح الاقواس = ( 500y – 0.05y2 ) – ( 200000 + 50y )

= 500y – 0.05y2 – 200000 – 50y

نساوي معادلة الربح بالصفر

 وبالاختصار 0 = 500y – 0.05y2 – 200000 – 50y

معادلة الربح الصفرية الاولى 0 = 450y – 0.05y2 – 200000

وبعد اعادة ترتيب المعادلة وتطبيق طريقة الدستور $y= \frac{-b\pm \sqrt{b^{2}-4ac}}{2a}$

$$= \frac{-\left(450\right)\pm \sqrt{(450)^{2}-4(- 0.05)(-200000)}}{2(-0.05)}$$

$$= \frac{(-450)\pm \sqrt{ 202500-40000}}{-0.1}$$

$$= \frac{\left(-450\right)\pm 403.1 }{-0.1 }$$

$$= \frac{\left(-450\right)+403.1 }{-0.1 }= 469 \rightarrow y1 $$

$$= \frac{\left(-450\right)-403.1 }{-0.1 }= 8531 \rightarrow y2 $$

او الحل بطريقة التجربة نحصل على :-

الحد الادنى Y1 = 469

 الحد الاقصى Y2 = 8531

لإيجاد الحجم الامثل للمشروع نشتق معادلة الربح الصفرية الاولى ، ثم نقوم بعدها بتصفير المعادلة .

 $\frac{dπ }{dy}=450-0.1y $

 معادلة الربح الصفرية الثانية 0 = 450 – 0.1y

 0.1y = 450

الحجم الامثل للمشروع **Y =** $\frac{450}{0.1}=4500$

للتأكد من ان هذا الحجم يحقق اقصى الارباح ، نجد المشتقة الثانية لمعادلة الربح الصفرية الثانية .

$$\frac{d2π }{d2y }= -0.1 <1 $$

*بما ان*  - 0.1 < 1

اذن (4500) هي الحجم الامثل للمشروع الذي يحقق اعظم ربح ممكن .